

# RÉSISTANCE DES MATÉRIAUX

## Définition

La résistance des matériaux ( **RDM** ) est la science du dimensionnement.

Concevoir une pièce mécanique, un ouvrage d'art ou tout objet utilitaire, c'est d'abord imaginer les formes et le squelette géométrique qui remplissent les fonctions demandées ; c'est ensuite déterminer les quantités de matière nécessaires et suffisantes pour réaliser ces formes et assurer une résistance sans dommage de l'objet à tous les efforts auxquels il sera soumis pendant son service. Ce dimensionnement fait appel à des calculs qui prévoient le comportement de l'objet dont la conception doit réunir les meilleures conditions de sécurité, d'économie et d'esthétique ; la résistance des matériaux est l'outil majeur des bureaux d'étude

## Principes

La *résistance* d'un élément de construction est un concept complexe, car cet élément peut être mis hors d'usage de diverses manières, chacune d'elles correspondant à des phénomènes physiques différents.

Les critères usuels de sécurité sont :

### *↪ la contrainte maximale :*

en tout point du solide, on doit s'assurer que la contrainte (force par unité de surface) ne dépasse pas une valeur fixée par les possibilités du matériau et les résultats découlant de l'expérience de constructions semblables ;

### *↪ le déplacement maximal :*

les déformations de la pièce ne doivent pas dépasser les limites au-delà desquelles ses fonctions ne sont plus correctement assurées ;

### *↪ la rupture par fatigue :*

les pièces soumises à de fortes vibrations peuvent se rompre au bout d'un certain temps de service si les amplitudes de contrainte sont trop élevées ;

### *↪ la rupture par fissuration :*

un défaut du métal est parfois générateur d'une fissure susceptible de se propager brutalement jusqu'à provoquer une rupture "catastrophique" si certaines conditions entre la contrainte et la taille du défaut ne sont pas respectées ;

### *↪ l'instabilité par flambement :*

certaines éléments, comme les colonnes droites élancées chargées en compression, peuvent subir un changement de forme brutal (courbure) pour une valeur critique de la charge ;

### *↪ l'instabilité dynamique :*

certaines types de vibrations s'auto-amplifient jusqu'à rupture des éléments si certaines conditions entre la masse et la raideur desdits éléments sont remplies.

Pour vérifier que les constructions sont fiables par rapport à ces critères,

**il est fondamental de savoir calculer les contraintes et les déformations**, au moins dans les régions les plus sollicitées.

C'est l'aspect " analyse " de la résistance des matériaux ;

### il fait appel à plusieurs branches de la mécanique:

*La mécanique générale* fournit les méthodes permettant de déterminer les efforts (forces et moments) agissant sur chaque élément pris isolément et considéré comme indéformable.

*La mécanique des solides* donne des équations représentatives du comportement intrinsèque des matériaux au cours des phénomènes considérés. *La théorie de l'élasticité* est, le plus souvent, suffisante pour calculer contraintes et déformations. Le choix de la nature du matériau n'intervient dans la discipline " résistance des matériaux " que par l'examen du rapport entre la résistance et le poids. Bien souvent, ce choix est fait en fonction de considérations économiques (prix, disponibilité) ou d'environnement (dureté, usure, corrosion) .

*La mécanique des milieux continus* fournit des équations générales reliant les contraintes et les efforts extérieurs par les conditions aux limites, les déformations et les déplacements ; elle conduit également à des théorèmes généraux d'où découlent des méthodes de calcul.

**Toutes ces théories reposent sur des hypothèses qui ne traduisent qu'imparfaitement les faits ; en outre, pour chaque problème, la résolution des équations ainsi posées n'est possible que par des méthodes approchées. Finalement, et surtout dans le cas des structures complexes, la résistance des matériaux conduit seulement à la prévision des ordres de grandeur des phénomènes. Pour combler cette lacune, on a introduit :**

la notion de *coefficient de sécurité*, qui intervient sous deux aspects :

#### 1<sup>er</sup> aspect:

les calculs sont effectués pour des charges extérieures majorées par un premier coefficient ;

#### 2<sup>nd</sup> aspect:

la contrainte maximale admise est la contrainte limite d'élasticité, ou limite de rupture, minorée par un deuxième coefficient.

Ces coefficients font l'objet de règlements ou normes propres à chaque corporation (coefficient 5 pour certaines parties de construction de génie civil, coefficient 1,4 pour certains éléments de fusées).

## 1. Notions de mécanique statique et de mécanique des milieux continus

### Isolement d'un système et loi fondamentale de la statique

La solution de tout problème de résistance des matériaux commence par la recherche des efforts appliqués au solide que l'on se propose d'étudier. Pour cela, il faut:

↻ **Isoler le solide** de son environnement, c'est-à-dire remplacer toutes les actions du milieu extérieur par des déplacements, des forces et des moments. **Ces efforts, dits extérieurs, sont des forces ou des moments** directement appliqués, des efforts ou des déplacements imposés par les liaisons avec les éléments voisins (les réactions d'appui en général inconnues a priori) ; enfin, ils sont parfois constitués par des efforts répartis dans tout le volume solide (le poids, les efforts d'inertie).

↻ **Faire la somme vectorielle** de ces différents efforts (forces et moments), de manière à les remplacer par un torseur équivalent, c'est-à-dire par une seule force et un seul moment résultants (fig. 1).

Le système solide étant ainsi isolé par rapport à un repère (système d'axes) convenablement choisi, on lui applique la loi fondamentale de l'équilibre statique qui se déduit de:

### La loi fondamentale de la dynamique de Newton :

"Le torseur résultant des forces extérieures d'un système en équilibre est équivalent à zéro "

Dans un système d'axes trirectangulaires, l'application de cette loi fournit six équations : trois pour les trois composantes de la force résultante et trois pour celles du moment résultant.

Deux éventualités peuvent alors se produire :

les six équations sont suffisantes pour calculer les réactions d'appui inconnues .

☑☑ **autant d'inconnues que d'équations le système est isostatique.**

les six équations sont insuffisantes pour déterminer les inconnues.

☑☑ **plus d'inconnues que d'équations), et le système est dit hyperstatique.**

### Contraintes et déformations

**La contrainte** est une notion abstraite destinée à exprimer comment les efforts se répartissent dans les milieux continus. On la définit en opérant une " coupure " dans un solide en équilibre.

Si l'on écrit la loi fondamentale relative à un domaine intérieur au solide considéré:

*f* la densité volumique des efforts extérieurs s'exerçant sur ce domaine

$$\operatorname{div} \sigma + \vec{f} = \rho \vec{\gamma}$$

*r* est la masse volumique et *g* l'accélération nulle en statique. On écrit cette équation pour les trois composantes et l'on obtient ainsi les *équations d'équilibre* de l'élément de volume.

**La déformation**, liée à l'idée de déplacement, est une notion plus concrète. L'hypothèse des petites déformations permet d'élaborer des théories linéarisées au voisinage de l'état de référence.

Pour définir la déformation, on suit par la pensée deux points infiniment voisins,  $M_0$  et  $M_0 + dM_0$ , dans leur déplacement de corps solide déformable (fig. 3). Ils viennent respectivement en  $M$  et  $M + dM$ . L'accroissement ( $dM - dM_0$ ) caractérise la déformation. Si  $XU$  est le déplacement de  $M_0$ , on montre facilement que :

$$\vec{dM} - \vec{dM}_0 = \frac{\partial \vec{U}}{\partial M_0} \vec{dM}_0.$$

L'opérateur :

$$\frac{\partial \vec{U}}{\partial M_0},$$

qui s'applique au vecteur  $dM_0$  pour donner

le vecteur ( $dM - dM_0$ ), est un tenseur du second ordre : c'est le *tenseur des déformations* .

En fait, seule la partie symétrique de ce tenseur, soit **e**, définit la *déformation* de translation et la déformation de rotation. La relation entre ce tenseur des déformations et le vecteur déplacement  $XU$  en  $M_0$  est :

$$\epsilon = \frac{1}{2} [\text{grad } \vec{U} + (\text{grad } \vec{U})^T],$$

où le symbole  $( )^T$  désigne la transposition.

## Principe de Saint-Venant

Afin de simplifier les calculs de résistance:

*Les contraintes et les déformations dans une région d'un solide suffisamment éloignée des points d'application des efforts extérieurs ne dépendent que du torseur (force et moment) résultant de ces efforts*

## 2. Notions de mécanique des matériaux

La mécanique des matériaux fournit, d'une part, les relations entre les contraintes et les déformations qui expriment l'aptitude ou la résistance à la déformation de l'élément de volume du matériau et, d'autre part, les limites à ne pas dépasser pour éviter la rupture.

### Élasticité

#### La loi de Hooke :

$$\epsilon = \frac{\sigma}{E},$$

$E$  étant le module d'élasticité de Young, dont les valeurs sont de l'ordre de 50 000 à 200 000 MPa (1 MPa = 1 N/mm<sup>2</sup>) pour les matériaux métalliques .

Dans les cas de chargement complexe, la relation tridimensionnelle correspondante qui généralise la loi de Hooke est :

$$\epsilon = \frac{1-2\nu}{E} \sigma_m \mathbf{1} + \frac{1+\nu}{E} s,$$

le tenseur des contraintes  $s$  étant décomposé en la contrainte moyenne :

$$\sigma_m = \frac{1}{3} \text{tr}(\sigma),$$

et son déviateur :

$$\sigma = \sigma - \sigma_m \mathbf{1};$$

$\nu$  est le coefficient de Poisson, dont les valeurs sont de l'ordre de 0,3.

La linéarité de cette loi a pour conséquence:

### le principe de superposition:

*Les contraintes ou déformations produites par la somme de plusieurs états de chargement sur un solide élastique linéaire sont égales à la somme des contraintes ou déformations engendrées par chacun des états de chargement appliqués isolément sur le solide*

Si la contrainte  $F/S_0$  dépasse une certaine valeur  $e$  appelée *contrainte limite d'élasticité*, le phénomène cesse d'être réversible et linéaire, et la théorie de l'élasticité ne peut plus être appliquée.

Cette limite est très difficile à mettre en évidence expérimentalement ; aussi, pour les besoins pratiques, a-t-elle été définie conventionnellement par la normalisation française comme étant la contrainte qui engendre une déformation irréversible de 0,2 % (ordre de grandeur : de 100 à 1 800 MPa). Dans les cas de chargement tridimensionnel, des critères de limite d'élasticité définissent le domaine correspondant dans l'espace des contraintes:

### **Critère de Tresca:**

souvent utilisé dans les calculs et qui définit une contrainte " équivalente " :

$$s_{II} = \left[ \frac{1}{2} \text{tr}(s^2) \right]^{1/2},$$

telle que, à la limite d'élasticité,  $s_{II} = se$ .

### **Plasticité**

La limite d'élasticité franchie, la force  $F$  provoque des glissements de cristaux au sein du métal, qui correspondent à des déformations irréversibles telles que, si la force  $F$  cesse, il subsiste une déformation permanente  $e_p$ . Pour une force  $F$  donnée, la déformation est alors la somme d'une déformation dite plastique  $e_p$  et d'une déformation élastique  $e_e$  qui continue d'être reliée à la contrainte par la loi de Hooke (fig. 5) :

$$\begin{aligned} \epsilon &= \epsilon_e + \epsilon_p, \\ \epsilon_e &= \frac{\sigma}{E}. \end{aligned}$$

Dans le cas général tridimensionnel, la déformation plastique dépend de l'histoire du chargement et ne peut être reliée à la contrainte que par une loi différentielle :

### **loi isotrope de Prandtl Reuss**

$$d\epsilon_p = h(s_{II}) s ds_{II}$$

où  $h$  est une fonction scalaire non linéaire qui s'exprime à l'aide de la loi  $e_p = Ism$ .

### **Fluage**

Les métaux sollicités à une température dépassant environ le tiers de la température absolue de fusion présentent la propriété de se déformer même si la contrainte reste constante :

### **c'est le phénomène de fluage .**

Cela se traduit par une viscosité qui vient s'ajouter à la plasticité. La déformation viscoplastique qui en résulte est une fonction du temps ( $t$ ) et ne peut être reliée à la contrainte que par sa vitesse. Une loi simple, approchée, valable pour les cas de contrainte variable dans le temps, est la suivante :

$$\frac{d\varepsilon_p}{dt} = \left( \frac{\sigma}{K \varepsilon_p^{1/m}} \right)^n,$$

où  $K$ ,  $m$  et  $n$  sont des coefficients intrinsèques aux matériaux et variables avec la température.

Pour résoudre un problème, cette loi est à associer à  $e = e_e + e_p$  et à  $e_e = s/E$  comme dans le cas de la plasticité.

Les lois de comportement d'élasticité, de plasticité et de viscoplasticité associées aux équations de la mécanique des milieux continus permettent, en principe, de calculer les contraintes et les déformations dans une structure quelconque. Dans beaucoup de cas, la théorie de l'élasticité est suffisante, les théories de la plasticité et de la viscoplasticité n'étant utilisées que dans des calculs de sécurité correspondant aux critères de dimensionnement portant sur la contrainte maximale ou le déplacement maximal. Les critères de rupture font appel à d'autres théories.

### Rupture par fatigue

Si l'on considère une force  $F$  alternative, sinusoïdale par exemple, on constate que l'éprouvette peut se rompre après naissance et développement d'une *fissure de fatigue* au bout d'un certain nombre de cycles, même si la contrainte est constamment inférieure à la limite d'élasticité définie précédemment. La courbe qui exprime la variation du nombre de " cycles à rupture " en fonction de l'amplitude de la contrainte  $sM$  est la *courbe de Wöhler*. Comme pour la limite d'élasticité, on définit :

une *limite de fatigue* conventionnelle  $s_f$  qui est l'amplitude de la contrainte engendrant la rupture pour un nombre de cycles fixé (par exemple 1 million). Cette courbe de Wöhler sert à choisir la contrainte en vue du dimensionnement d'une pièce mécanique devant résister à un nombre de cycles donné. Si l'amplitude des efforts extérieurs varie dans le temps,

### la règle de cumulation linéaire de Palmgreen-Miner:

donne une approximation grossière mais souvent suffisante du nombre de cycles à rupture  $N_r$  :

$$\sum_{i=1}^{i=N_r} \frac{n_i}{N_{r_i}} = 1,$$

où  $n_i$  est le nombre de cycles pendant lesquels s'exerce la contrainte constante  $s_i$  et  $N_{r_i}$  le nombre de cycles à rupture qui existerait si l'amplitude de contrainte restait constante et égale à  $s_i$  (courbe de Wöhler).

### Rupture par fissuration

Une fissure ou un défaut au sein de la matière dans une pièce de construction peut devenir instable sous l'action d'un chargement statique dit critique et conduire à la rupture brutale par propagation brutale du défaut ou de la fissure

Ce phénomène met en jeu la *ténacité* du matériau, propriété qui est liée à l'énergie de décohésion de la matière.

### **Les théories de Griffith et d'Irwin : K**

Définisse le *facteur d'intensité des contraintes*, calculable à partir de la géométrie de la structure, de la longueur de la fissure et des efforts extérieurs ; il permet d'exprimer les conditions d'instabilité : la rupture par instabilité se produit quand ce facteur atteint une valeur critique qui est une caractéristique du matériau.

le *facteur d'intensité des contraintes*  $K$ , pour une contrainte répartie sd normale au plan de la fissure de longueur  $2a$ , s'exprime

par :

$$K = \sigma_{\infty} \sqrt{\pi a} ;$$

**la rupture par instabilité a lieu quand  $K = Kc$**  , ténacité du matériau déterminée expérimentalement par des essais de rupture d'éprouvettes fissurées.

### 3. Calculs élémentaires d'élasticité

Beaucoup d'éléments de construction travaillent dans des conditions simples, l'analyse de leurs contraintes et de leurs déformations pouvant être effectuée par des méthodes simplifiées qui évitent la résolution de toutes les équations de la mécanique des milieux continus.

## Cas de sollicitations simples

### Traction ou compression simple: Effort normal

Sur la section considérée, le torseur des efforts extérieurs se réduit à la force normale.

La contrainte normale constante dans la section vaut  $s = F/S$  et la déformation vaut  $e = F/ES$ .

Si la section est une fonction de la coordonnée d'axe  $y$ ,

le déplacement d'allongement ou de raccourcissement de l'élément de longueur  $L_0$  est :

$$\Delta L = \int_0^{L_0} \frac{F}{E \cdot S(y)} dy.$$

Par exemple, le calcul de la contrainte dans la paroi d'un réservoir sphérique (d'épaisseur constante faible par rapport au rayon) soumis à une pression intérieure relève de ce processus ; l'action d'un hémisphère isolé (fig. 10) se réduit à une force normale répartie sur le cercle de coupure :

$$\sigma = \frac{F}{S} = \frac{p \cdot \pi R^2}{2\pi R e} = p \frac{R}{2e}.$$

### Cisaillement pur : l'effort tranchant .

Le seul effort agissant est l'*effort tranchant*  $T$  : c'est un cas de travail fréquent pour les rivets.

On admet que la contrainte tangentielle est constante dans la section  $t = T/S$  ; mais il s'agit d'une hypothèse grossière. Dans le cas d'une section circulaire, la contrainte ainsi calculée ne vaut que les trois quarts de la contrainte au centre de la section, calculée par une théorie plus élaborée.

### Flexion pure ou circulaire : moment fléchissant .

L'élément de poutre est soumis à la seule action d'un moment fléchissant.

## L'hypothèse de Bernoulli :

deux sections planes et normales à l'axe restent planes et normales à l'axe après déformation

la loi linéaire de déformation de l'élément :

$$\varepsilon = -\frac{1}{\rho}y,$$

➔ Les contraintes  $s = (E/r)y$  doivent équilibrer le moment  $M$  égal à :

$$\int_s -\frac{Ey}{\rho} y dS = -M.$$

⊙ En introduisant le moment d'inertie de surface :

$$I = \int_s y^2 dS,$$

⊙ la variation de courbure due au moment fléchissant par :

$$1/r = M/EI.$$

⊙ La contrainte s'en déduit par la relation

$$s = (M/I)y.$$

## Torsion pure

Soit un cylindre circulaire droit soumis, aux deux extrémités, à deux couples antagonistes égaux  $C$ . On admet que deux sections voisines restent planes après déformation. Soit  $d\theta/dx$  leur rotation relative ;

la déformation tangentielle est :

$$\gamma = \frac{d\theta}{dx} r;$$

la contrainte tangentielle  $t$  s'en déduit par l'intermédiaire du *module de cisaillement*

$$G = E/2[1 + \nu] :$$

$$\tau = G \frac{d\theta}{dx} r.$$

Cette contrainte répartie sur la section doit équilibrer le couple de torsion :

$$\int_s G \frac{d\theta}{dx} r^2 dS = C$$

en introduisant le moment d'inertie polaire :

$$I_p = \int_S r^2 dS.$$

La rotation unitaire et la contrainte tangentielle s'expriment par :

$$\frac{d\theta}{dx} = \frac{C}{GI_p}, \quad \tau = \frac{C}{I_p} r.$$

Ces formules sont utilisées, par exemple, dans le calcul des ressorts hélicoïdaux pour lesquels chaque élément travaille en torsion. On peut ainsi exprimer la raideur du ressort (rapport entre la force et la flèche, la flèche étant la hauteur d'affaissement d'un ressort soumis à une charge) en fonction de son diamètre, du diamètre du fil utilisé, du nombre de spires et du module de cisaillement du matériau.

## Calcul des déformées des poutres

Nombre de problèmes relatifs aux poutres consistent à calculer les flèches qu'elles prennent sous l'action des efforts appliqués.

L'équation de base est celle de la flexion pure ( $1/r = M/EI$ ), ce qui revient à négliger l'effet de l'effort tranchant.

### L'hypothèse des petites déformations

permet de relier simplement la courbure à la variation de la flèche Y :

$$\frac{1}{\rho} = \frac{d^2 Y}{dx^2} = \frac{M}{EI}.$$

au droit d'un appui simple, la flèche est nulle ;

au droit d'un encastrement, la flèche et la tangente à la déformée sont nulles.

Pour effectuer cette intégration, il faut exprimer le moment M en fonction de l'abscisse x . On isole l'une des deux parties de poutre séparées par la section d'abscisse x ; le moment M est alors le moment du torseur résultant des forces et des moments appliqués à cette partie de poutre (efforts extérieurs et réactions d'appuis). Lorsque la poutre est hyperstatique, une équation supplémentaire doit être trouvée soit par des considérations géométriques, soit par application du principe de superposition, soit encore par application de principes énergétiques.

## 4. Méthodes générales de calcul

Résoudre un problème de résistance des matériaux, c'est trouver les champs de contrainte, de déformation et de déplacement qui vérifient simultanément les équations d'équilibre de l'élément de volume, les relations entre les déformations et le déplacement, les équations de comportement (loi de Hooke généralisée en élasticité) et les conditions aux frontières (efforts ou déplacements imposés).

Des hypothèses cinématiques propres à certains types de structures aident aux choix des champs de déplacement :

hypothèse de Bernoulli pour les poutres,

hypothèse de Kirchhoff pour les coques .

### *L'énergie de déformation W:*

On définit la variation d'énergie de déformation d'un solide V dans une transformation infiniment lente qui produit une variation  $d\epsilon$  du tenseur de déformation par :

$$dW = \int_V \text{tr}(\sigma \cdot d\epsilon) dV.$$

Dans le cas d'une déformation élastique linéaire e à partir de l'état naturel non chargé,

l'énergie potentielle de déformation vaut :

$$W = \frac{1}{2} \int_V \text{tr}(\sigma \cdot \epsilon) dV.$$

### *Le principe des travaux virtuels :*

constitue un moyen particulièrement fécond de traduire:

la loi fondamentale de l'équilibre statique :

*Pour tout déplacement virtuel, la somme des travaux des efforts extérieurs et des forces intérieures est identiquement nulle .*

Par le choix de mouvements particuliers, on peut construire logiquement les théories de poutres, de plaques ou de coques soumises à des chargements quelconques.

On en déduit également

le théorème de l'énergie potentielle :

*Le champ des déplacements réels, solution d'un problème donné, est le champ des déplacements cinématiquement admissibles qui minimise l'énergie potentielle du système .*

On peut alors appliquer:

la méthode de Rayleigh Ritz :

qui consiste à imaginer une famille de champs cinématiquement admissibles dépendant de  $n$  paramètres  $C_i$ . L'énergie potentielle  $W_{pot}$  s'exprime en fonction de ces  $n$  variables ; son minimum absolu n'est pas forcément parmi toutes les combinaisons possibles des valeurs des  $n$  variables, puisque leur nombre est fini, mais, d'après le théorème énoncé, la combinaison la plus proche de la solution réelle est celle qui est solution des  $n$  équations algébriques :

$$\frac{\partial W_{pot}}{\partial C_i} = 0, \quad i = 1, 2, \dots, n.$$

### *La méthode des éléments finis : par ordinateur*

La structure est décomposée en petits éléments simples (éléments triangulaires pour les problèmes plans, pyramides pour les problèmes tridimensionnels) pour lesquels on connaît les relations entre efforts (forces et moments) et déplacements aux nœuds (sommets des éléments).

La méthode consiste à trouver les déplacements aux nœuds de tous les éléments assemblés qui minimisent l'énergie potentielle. On est

ainsi ramené à la résolution d'un système linéaire qui nécessite l'inversion d'une matrice. Des progiciels permettent de décomposer la structure en au moins 10 000 éléments, ce qui correspond à des matrices (bandes) qui atteignent ou dépassent une taille de 50 000 Z 50 000.

## 5. Instabilité de flambement

**Le flambement** d'une construction est caractérisé par l'apparition brusque d'un changement de forme dans une direction différente de celle des forces de sollicitation.

La flèche, d'abord nulle, correspond à la théorie de la compression simple, mais, pour une charge particulière, appelée **charge critique**, la flèche croît brusquement à la suite d'une instabilité ; c'est le flambement, qui peut entraîner la ruine de la poutre.

### l'équation fondamentale des poutres:

$$EI \frac{d^2 Y}{dx^2} + PY = 0.$$

Dans le cas d'une poutre sur appuis simples ( $Y(0) = Y(L) = 0$ ),

**cette équation différentielle admet pour solution :**

$$Y = a \sin \left( x \sqrt{\frac{P}{EI}} \right);$$

or cette équation ne peut vérifier la condition à la limite  $Y(L) = 0$  que

**si P prend les valeurs particulières  $P_c$  définies par :**

$$\sqrt{\frac{P_c}{EI}} = \frac{k \pi}{L},$$

$k$  étant un entier.

**La charge critique correspond à  $k = 1$  et s'exprime par :**

$$P_c = \pi^2 \frac{EI}{L^2}.$$

Le phénomène du flambement est souvent associé à l'effort de compression et il constitue un des critères de dimensionnement des poteaux, des colonnes et des barres comprimées.

Le phénomène de flambement est très sensible aux imperfections géométriques (poutre imparfaitement rectiligne par exemple) et aux conditions aux limites (introduction des efforts, encastremets imparfaits, etc.). Ce sont là les deux difficultés majeures de la prévision des conditions de flambement des structures.

## 6. Méthodes et moyens expérimentaux

La résistance des matériaux fait un large appel à l'expérimentation soit pour définir les propriétés des matériaux, soit pour vérifier les hypothèses de calcul.

## Essais des matériaux

Les données nécessaires pour caractériser les matériaux ou pour chiffrer les critères de dimensionnement sont déterminées par des essais sur éprouvettes, effectués en général sur des machines universelles de traction.

Les caractéristiques d'élasticité (module de Young et coefficient de Poisson), la limite d'élasticité, la limite de rupture sont obtenues d'après la courbe d'écroutissage résultat d'un essai en traction simple à vitesse de déformation constante.

l'essai de *fluage* , où l'on étudie comment varie la déformation d'une éprouvette en fonction du temps lorsque celle-ci est soumise à une force constante ;

l'essai de *relaxation* , où l'on examine comment varie la contrainte dans une éprouvette en fonction du temps lorsque celle-ci est soumise à une déformation maintenue constante

## Essais sur modèles

Lorsque les pièces à étudier ont des formes très tourmentées,

les hypothèses générales de la résistance des matériaux (principe de Saint-Venant, hypothèse de Bernoulli) sont mal vérifiées et l'on a souvent recours aux essais sur modèles.

## Essais de structures

Les essais de structures réelles demandent des forces importantes qui sont en général créées par des vérins hydrauliques pouvant être asservis et dont la commande peut être programmée sur ordinateur.

Les paramètres analysés sont en général :

les déplacements , mesurés par des capteurs mécaniques ou électriques, ou par des méthodes lasers, et les déformations , accessibles directement grâce aux jauges de déformation à fil résistant, et à la photogrammétrie.

Un fil résistant conducteur est collé sur la structure au point où l'on désire connaître la déformation ; la colle assurant une liaison parfaite, il subit le même allongement (ou raccourcissement) que la structure.

La formule de sa résistance électrique :  $R = r/l / s$  , montre que, si le conducteur de longueur  $l$  s'allonge (ce qui entraîne une diminution de section par contraction de Poisson), sa résistance  $R$  augmente.

mesure de déformation :

$$\varepsilon = k \frac{\Delta R}{R},$$

$k$  étant un coefficient voisin de 2 pour les jauges classiques, de 200 pour les jauges à semi-conducteurs.

Si les déformations de la structure sont élastiques, on en déduit les contraintes par la théorie de l'élasticité.